Devoir Surveillé 4 - corrigé

Exercice 1 : *Résolution d'équations et d'inéquations* /7

a) $\sqrt{8x+9}=7$

$8x+9=7^2$

$8x=49-9$

$x=\frac{40}{8}=5$

$S=\{5\}$

b) $|1-5x|=2$

$1-5x=$ ou $1-5x=-$

$-5x=\ -1$ $\quad -5x=-\ -1$

$x=\frac{-}{5}$ $\quad x=\frac{}{5}$

$S=\left\{\frac{}{5};\frac{}{5}\right\}$

d) $|2x-9|=-7$

Une valeur absolue est toujours positive.

$S=\emptyset$

a) $\sqrt{4x+9}<5$

$0\le 4x+9<5^2$

$0-9\le 4x<25-9$

$\frac{-9}{4}\le x<4$

$S=\left[\frac{-9}{4};4\right[$

b) $|3-5x|\le -6$

Une valeur absolue est toujours positive.

$S=\emptyset$

f) $|4x-5|\ge 7$

$4x-5\ge 7$ ou $4x-5\le -7$

$4x\ge 7+5$ ou $4x\le -7+5$

$x\ge 3$ ou $x\le\frac{-1}{2}$

$S=\left]-\infty;\frac{-1}{2}\right]\cup[3;+\infty[$

Exercice 2 : *Equations cartésiennes* /6

1) La droite (AB) où $A(1\,;-3)$ et $B(-3\,;2)$

$\overrightarrow{AB}\binom{-4}{5}$ est un vecteur directeur de (AB).

$M(x;y)\in(AB)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB})=0$

$\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-1 & -4\\ y+3 & 5\end{vmatrix}=0$

$\Leftrightarrow 5(x-1)-(-4)(y+3)=0$

$\Leftrightarrow 5x+4y+7=0$

Donc $(AB): 5x+4y+7=0$

2) La droite d de vecteur directeur $\vec{u}\binom{2}{-3}$ et passant par $D(1;-1)$

$M(x;y)\in d\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{DM};\vec{u})=0$

$\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-1 & 2\\ y+1 & -3\end{vmatrix}=0$

$\Leftrightarrow -3(x-1)-2(y+1)=0$

$\Leftrightarrow -3x-2y+1=0$

Donc $d: -3x-2y+1=0$

3) La droite d' parallèle à la droite d'équation $2x-3y+1=0$ et passant par $E(-4;-2)$.

$\vec{u}\binom{3}{2}$ est un vecteur directeur de d'. $\quad M(x;y)\in d'\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{EM};\vec{u})=0$

$\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x+4 & 3\\ y+2 & 2\end{vmatrix}=0$

$\Leftrightarrow 2(x+4)-3(y+2)=0$

$\Leftrightarrow 2x-3y+2=0$

Donc $d': 2x-3y+2=0$

Exercice 3: *Position relative de deux droites* /5

1) $d: 6x-9y+2=0$ et $d': -4x+6y+1=0$

$\vec{u}\binom{9}{6}$ est un vecteur directeur de d

$\vec{v}\binom{6}{4}$ est un vecteur directeur de d'

$\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix}9 & 6\\ 6 & 4\end{vmatrix}=9\times4-6\times6=0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires donc les droites d et d' sont parallèles (non confondues car leurs équations ne sont pas proportionnelles).

2) $d: 2x-2y+1=0$ et $d': -5x+y-3=0$

$\vec{u}\binom{2}{2}$ est un vecteur directeur de d

$\vec{v}\binom{1}{5}$ est un vecteur directeur de d'

$\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 5\end{vmatrix}=2\times5-2\times1=8\neq0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc les droites d et d' sont sécantes.

$\begin{cases}2x-2y+1=0\\ -5x+y-3=0\end{cases}$

$\begin{cases}y=5x+3\\ 2x-2(5x+3)+1=0\end{cases}$

$\begin{cases}y=5x+3\\ -8x-5=0\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{-5}{8}\\ y=5\times\frac{-5}{8}+3=\frac{-1}{8}\end{cases}$

Les coordonnées du point d'intersection de d et d' sont $\left(\frac{-5}{8};\frac{-1}{8}\right)$.

Exercice 4 : *Tracé d'une droite* /7

1) $d: y=\frac{5}{6}x-\frac{7}{3}$ donc $\vec{v}\binom{1}{\frac{5}{6}}$ est un vecteur directeur de d donc $\vec{u}\binom{6}{5}=6\vec{v}$ en est un aussi.

2) On cherche un point de d à coordonnées entières. Pour ceci, il faut choisir un x entier puis calculer la valeur de y correspondante grâce à l'équation de la droite.

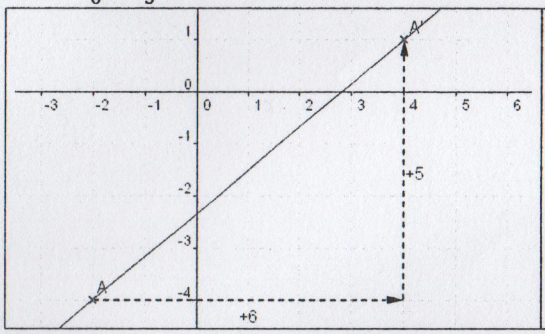
Comme le dénominateur du coefficient directeur est 6 et que le dénominateur de l'ordonnée à l'origine est 3, pour obtenir un nombre entier, il faut obligatoirement que x soit pair.

Si $x=0$, $y=-\frac{7}{3}$ qui n'est pas entier ; On teste avec $x=2$, $y=\frac{5}{6}\times2-\frac{7}{3}=\frac{5}{3}-\frac{7}{3}=\frac{-2}{3}$, non entier.

On peut alors remarquer que $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{12}{3}$ donc si $x=-2$, $y=-\frac{5}{3}-\frac{7}{3}=-4$ donc A(-2 ; -4) convient.

Sinon, on teste avec $x=4$, $y=\frac{5}{6}\times4-\frac{7}{3}=\frac{10}{3}-\frac{7}{3}=\frac{3}{3}=1$. Donc A'(4 ; 1) est un autre point de d.

3) $y=\frac{5}{6}x-\frac{7}{3}$ on multiplie tout par 6 : $6y=5x-14$ d'où $-5x+6y+14=0$.



5) Si $x=15$ alors $y=\frac{5}{6}\times15-\frac{7}{3}=\frac{61}{6}$

L'ordonnée du point B de d d'abscisse 15 est $\frac{61}{6}$.

6) Si $y=\frac{27}{2}$ alors $\frac{27}{2}=\frac{5}{6}\times x-\frac{7}{3}$ donc

$x=\left(\frac{27}{2}+\frac{7}{3}\right)\times\frac{6}{5}=\frac{95}{5}=19$ L'abscisse du point C de d d'ordonnée $\frac{27}{2}$ est 19

Exercice 5 : *Etude de fonctions* /5

$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+8}$

Il faut résoudre $-x^2+2x+8\ge0$

$\Delta=2^2-4\times(-1)\times8=36$

$x_1=\frac{-2-6}{-2}=4$ et $x_2=\frac{-2+6}{-2}=-2$

$-x^2+2x+8$ est du signe de a à l'extérieur des racines donc $D_f=[-2;4]$

$g(x)=\frac{1}{4x+12}$

Il faut résoudre $4x+12=0$

$x=-3$

Donc $D_g=\mathbb{R}\backslash\{-3\}$

$\alpha=\frac{-2+4}{2}=1$ et $\beta=-1^2+2+8=9$

x	-2		1		4
$-x^2+2x+8$	0	↗	9	↘	0
f	0	↗	3	↘	0

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$4x+12$		↗	0	↗	
$\frac{1}{4x+12}$		↘	‖	↘	

Bonus : 50-6-11-19-49-36-3-12-8-33-24-2-18-34-26-1-14-25-4