Exercice 1 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. On considère les deux algorithmes suivants :

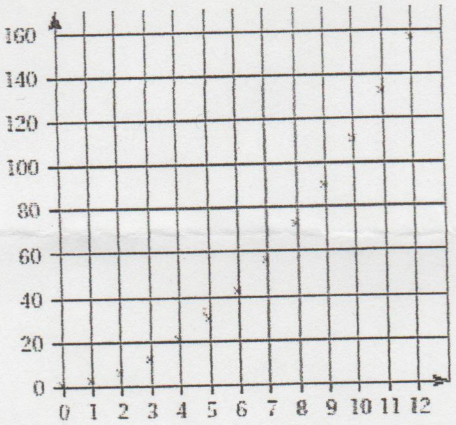
Algorithme 1
Variables : n est un entier naturel
u est un réel
Entrée : Saisir la valeur de n
Traitement : u prend la valeur 0
Pour i allant de 1 à n :
u prend la valeur $u + 2i + 2$
Fin Pour
Sortie : Afficher u

Algorithme 2
Variables : n est un entier naturel
u est un réel
Entrée : Saisir la valeur de n
Traitement : u prend la valeur 0
Pour i allant de 0 à $n - 1$:
u prend la valeur $u + 2i + 2$
Fin Pour
Sortie : Afficher u

De ces deux algorithmes, lequel permet d'afficher en sortie la valeur de u_n, la valeur de l'entier naturel n étant entrée par l'utilisateur ?

3. À l'aide de l'algorithme, on a obtenu le tableau et le nuage de points ci-dessous où n figure en abscisse et u_n en ordonnée.

n	u_n
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90
10	110
11	132
12	156



(a) Quelle conjecture peut-on faire quant au sens de variation de la suite (u_n) ?
Démontrer cette conjecture.

(b) La forme parabolique du nuage de points amène à conjecturer l'existence de trois réels a, b et c tels que, pour tout entier naturel n, $u_n = an^2 + bn + c$.
Dans le cadre de cette conjecture, trouver les valeurs de a, b et c à l'aide des informations fournies.

4. On définit, pour tout entier naturel n, la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.

(a) Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel n.

(b) On définit, pour tout entier naturel n, $Sn = \sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.
On admet que, pour tout entier naturel n, $S_n = (n + 1)(n + 2)$.
Exprimer S_n en fonction de u_{n+1}. Déterminer alors la formule directe de u_{n+1}.
Calculer u_{12} pour vérifier.

Exercice2 :

Déterminer, s'il existe, le point d'intersection de la tangente à la courbe représentative de f définie par : $f(x) = \dfrac{3}{x} + 2$ au point d'abscisse 1 avec la tangente à la courbe représentative de g définie par : $g(x) = 4x^3 + 2x - 1$ au point d'abscisse -2.

***